

باسمه تعالی

عنوان مقاله:

روش دو دهانه ای

تکنیکی جدید برای آنالیز تیرهای سراسری

مقدمه

از متداول ترین روش ها برای تحلیل تیرهای سراسری، پیدا کردن لنگر خمشی بر روی تکیه گاه هاست که روش های زیادی برای آن وجود دارد که دو مورد از آنها بیشتر مورد استفاده قرار می گیرند:

- قضیه سه لنگر
- روش پخش لنگر

در اینجا قصد برآنست که روشی جدید برای پیدا کردن لنگرها در تکیه گاه معرفی شود. در ادامه به نقد و بررسی دو روش گفته شده خواهیم پرداخت.

معرفی روش دو دهانه ای

روش جدید، روشی عددی است که از حل یک معادله تعادل شکل می گیرد و نه حل عددی دستگاه معادلات. در این روش تیر با n درجه نامعینی، به n تیر با یک درجه نامعینی تفکیک می شود. این موضوع در شکل ۱ آمده است. پس تیر با یک درجه نامعینی را هدف قرار داده و آن را آنالیز می کنیم. در شکل دوم، تیری با بارگذاری دلخواه نشان داده شده است که دو لنگر منفرد خارجی در دو انتها (M' و M'') بر آن وارد می شوند.

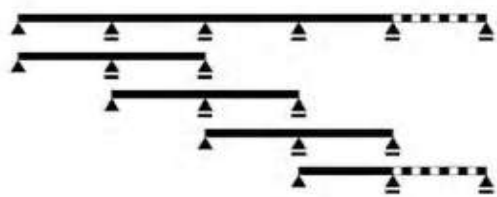


Figure 1

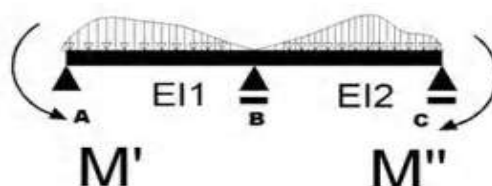


Figure 2

با توجه به اینکه دوران در دو سمت گره وسطی شکل ۲ برابر است، بنابراین لنگر خمشی تکیه

گاه وسط برابر خواهد بود با:

$$M = \frac{6(\theta_L + \theta_R) - \left(\frac{M' L_1}{EI_1} + \frac{M'' L_2}{EI_2} \right)}{2 \left(\frac{L_1}{EI_1} + \frac{L_2}{EI_2} \right)}$$

θ_L : دوران تیر دو سر مفصلی سمت چپ گره وسطی تحت بارهای خارجی وارده بدون در نظر گرفتن اثر لنگر M' (شکل 3-a)

θ_R : دوران تیر دو سر مفصلی سمت راست گره وسطی تحت بارهای خارجی وارده بدون در نظر گرفتن اثر لنگر M'' (شکل 3-b)

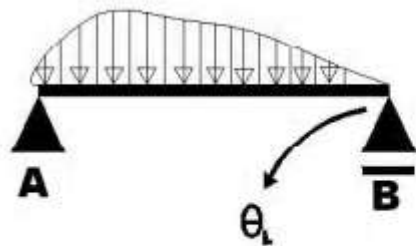


Figure 3-a

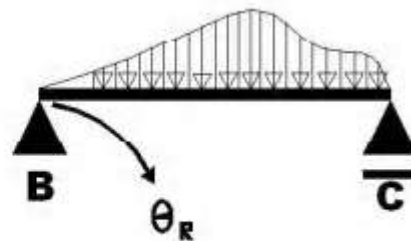


Figure 3-b

مقادیر دوران ها در جدول ۱ آمده است.

دیاگرام آزاد مخصوص روش دو دهانه ای را برای یک تیر سراسری با ۳ دهانه در شکل ۴ نشان می‌دهیم. لنگرها در جهت نشان داده شده، مثبت هستند. تمام بارهای خارجی را به دوران در گره-ها تبدیل می‌کنیم و نشست های تکیه گاهی را هم به دوران تبدیل می‌کنیم.

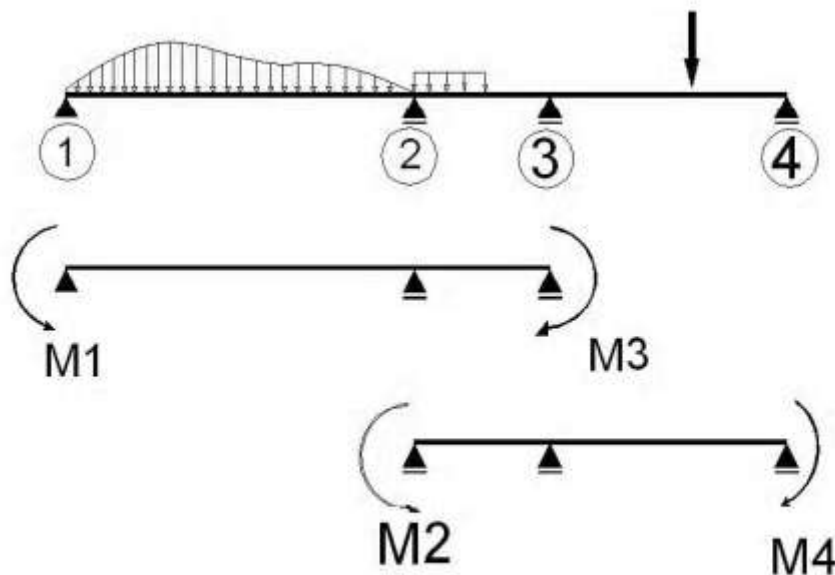
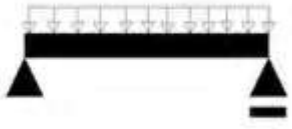
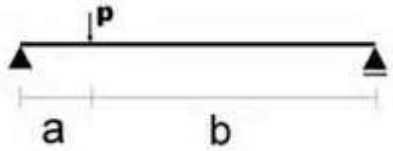
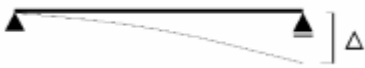

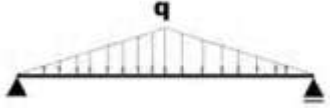
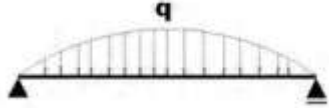
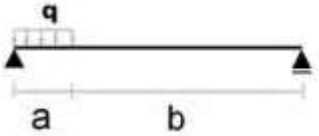
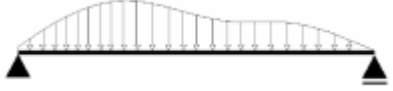


Figure 4

در ابتدا فرض می‌کنیم که M_4 و M_3 ، M_2 ، M_1 صفر هستند. از تیر تفکیک شده اولی

مقدار لنگر خمشی تکیه گاه ۲ را از فرمول بدست می‌آوریم. لنگر خمشی M_2 بدست آمده برای

تیر تفکیک شده پایینی، بار خارجی خواهد بود و M_3 از آن بدست می آید. از قبل می دانیم که M_1 و M_4 صفراند؛ چون که تکیه گاه مفصلی است لنگری تحمل نمی کند، پس مقادیر مجهول M_2 و M_3 خواهد بود. با تکرار مراحل و استفاده از لنگرهای هر مرحله در مرحله بعدی، مقدار لنگر خمشی در تکیه گاه با دقت بدست می آید.

 $\theta = \frac{qL^3}{24EI}$	 $\theta_L = Pab(b+L)/(6EIL)$ $\theta_R = Pab(a+L)/(6EIL)$
 $\theta_L = \theta_R = \frac{\Delta}{L}$	 $\theta_L = ML/(6EI)$ $\theta_R = ML/(3EI)$
 $\theta = \frac{5ql^3}{96EI}$	 $\theta = \frac{ql^3}{20EI}$
 $\theta_R = ql^3 m(6 - 3m^2)/(72EI)$ $\theta_L = ql^3 m(3m^2 - 12m + 12)/(72EI)$ <p style="text-align: right;">$m = a/L$</p>	 $\theta_R = M_L L/(6EI) + M_R L/(3EI)$ $\theta_L = M_L L/(3EI) + M_R L/(6EI)$

جدول ۱

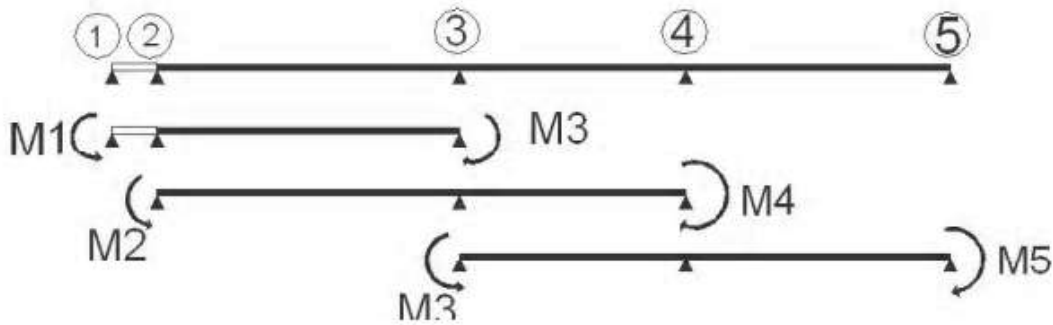
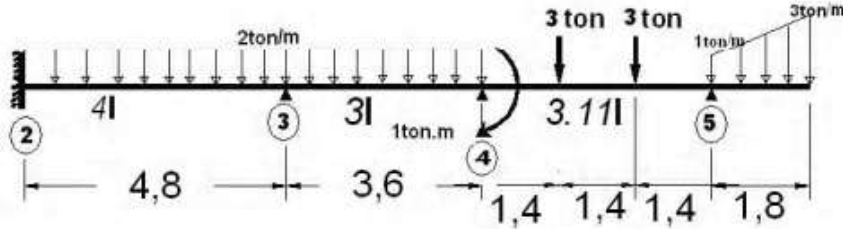
M_L : لنگر گیرداری در گره چپ

M_R : لنگر گیرداری در گره راست

در مثالی به تفسیر تیر سراسری را تحلیل خواهیم کرد؛

(مثال ۱)

مطلوب است لنگر خمشی در تکیه گاه های تیر زیر:



EI تیر ۱-۲ را بی نهایت می گیریم.

لنگرهای منفرد روی تکیه گاه های ۴ و ۵ (1 ton.m . 3.78 ton.m) و بارها با توجه به جدول ۱ به دوران تبدیل می شوند:

$$\theta_{2L} = 0$$

$$\theta_{2R} = \theta_{3L} = \frac{2 \times 4.8^3}{24 \times 4EI} = \frac{2.304}{EI}$$

$$\theta_{3R} = \frac{2 \times 3.6^3}{24 \times 3EI} - \frac{1 \times 3.6}{6 \times 3EI} = \frac{1.096}{EI}$$

$$\theta_{4L} = \frac{2 \times 3.6^3}{24 \times 3EI} - \frac{1 \times 3.6}{3 \times 3EI} = \frac{0.896}{EI}$$

$$\theta_{4R} = \frac{3 \times 1.4^2 \times 2(5 \times 1.4)}{6 \times 3.11 \times 3 \times 1.4EI} + \frac{3 \times 2 \times 1.4^2(4 \times 1.4)}{6 \times 3.11EI \times 3 \times 1.4} - \frac{3.78 \times 3 \times 1.4}{6 \times 6.11EI} = \frac{1.039}{EI}$$

$$M_2 = \frac{6(0 + 2.304/EI) - (0 + M_3 \times 4.8/(4EI))}{2(0 + 4.8/(4EI))}$$

$$M_3 = \frac{6(2.304/EI + 1.096/EI) - (M_2 \times 4.8/(4EI) + M_4 \times 3.6/(3EI))}{2(3 \times 1.4/(3.11EI) + 3.6/(3EI))}$$

$$M_4 = \frac{6(0.896/EI + 1.039/EI) - (M_3 \times 3.6/(3.11EI) + 0)}{2(3 \times 1.4/(3.11EI) + 3.6/(3EI))}$$

	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅
1	0	5.76	0	0	0
2	0	4.355	2.81	1.614	0
3	0	4.381	2.757	1.627	0
لنگر منفرد+	0	0	0	1	3.78
Moment =	0	4.381	2.575	2.627	3.78

روش ارائه شده و قضیه سه لنگر

قضیه سه لنگر از این واقعیت نشأت می گیرد که در هر تیر سراسری ، شیب تیر در هر طرف

تکیه- گاه میانی برابر است. مثلاً برای تیر شکل ۵ رابطه بصورت زیر است؛

$$\frac{L_1}{EI_1} M_A + 2 \left(\frac{L_1}{EI_1} + \frac{L_2}{EI_2} \right) M_B + \frac{L_2}{EI_2} M_C + \frac{6A_1 X_1}{EI_1 L_2} + \frac{6A_2 X'_2}{EI_2 L_2} = 0$$

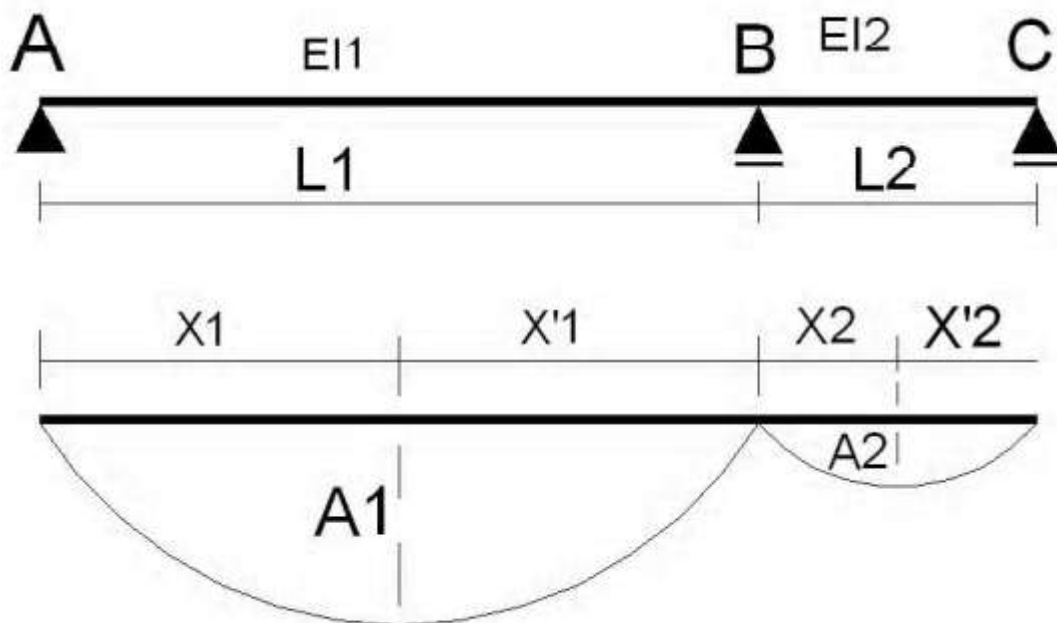


figure 5

که این معادله برای هر سه تکیه گاه متوالی تکرار می شود و برای تحلیل تیرهای سراسری باید دستگاه معادلات تشکیل شده و حل شود.

کاملاً آشکار است که در تیری با تعداد دهانه های زیاد، حل دستگاه معادلات بسیار طاقت فرسا خواهد بود. در حالی که روش دو دهانه ای بدون تشکیل دستگاه معادلات، مستقیماً با استفاده فرمولی، لنگر تکیه گاه را بدست می آورد. در نتیجه قضیه سه لنگر در دهانه های زیاد قابل مقایسه با آن نخواهد بود.

روش دو دهانه ای و روش پخش لنگر

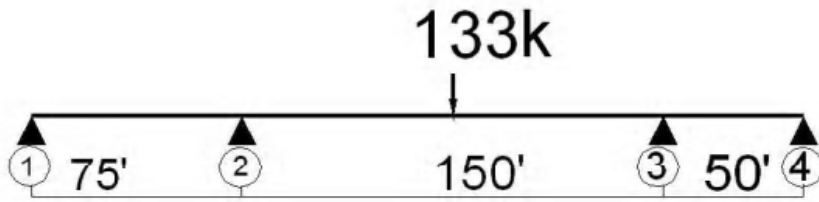
روش پخش لنگر تاکتیکی ارزشمند است؛ چرا که ما را از حل همزمان معادلات، بی نیاز می کند و پاسخی با دقت بالا در اختیار ما قرار می دهد. شاید در این سطح فقط پخش لنگر که می تواند با روش دو دهانه ای مقابله کند. از مهمترین اشکالات روش پخش لنگر تعداد مراحل زیاد آن است. این موضوع در مثال دوم نشان داده شده است.

با انجام ۱۱ مرحله (روش پخش لنگر) باز هم اختلاف در بین لنگرهای خمشی در دو طرف گره ها دیده می شود، در حالی روش دو دهانه ای فقط در سه مرحله، لنگرهای خمشی در حد دقت همان پاسخ روش سه لنگر بدست داده است.

روش پخش لنگر بر اساس اصل برهمنهی^۱ است؛ در نتیجه در انتهای عملیات پخش، نیاز است که تمام مقادیر یک ستون با هم جمع شوند، در حالی که روش دو دهانه ای به طور مستقیم در هر مرحله جواب را می دهد.

روش پخش لنگر هم در دهانه های زیاد، احتیاج به مراحل زیادی دارد و محاسبات جبری آن طاقت فرسا می باشد. ولی طبق تجربه، روش دو دهانه ای در تمام موارد، بدون توجه به تعداد دهانه ها، در سه مرحله جواب قابل قبولی می دهد.

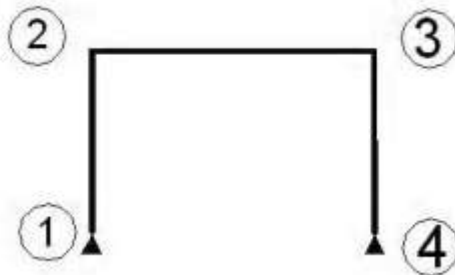
مثال ۲)



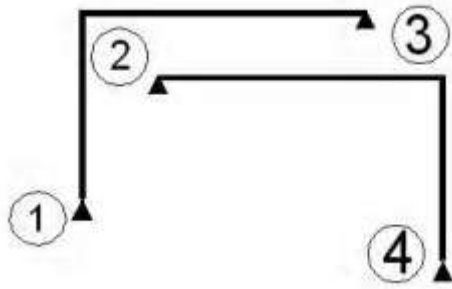
1	2	3	4
0	0	+2500	-2500
-837	-1675	-825	-412
+837	+418	+364	+728
-261	-523	-258	+2180
+261	+130	+85	1090
-72	-144	-71	-129
+72	+36	+20	-545
-19	-38	-18	-1090
+19	+10	+6	-129
0	-11	-5	-126
			-253
			+61
			-61
			+14
			-14
0	-1797	+1798	-2135
			+2137
			0

M_1	M_2	M_3	M_4
0	2500	0	0
0	1875	1875	0
0	1796.8	2019.8	0
0	-	2138.7	0

در مورد قاب زیر هم اگر بدون حرکت جانبی باشد، نتایج قابل قبول خواهد بود:



می توانیم تفکیک زیر را انجام دهیم.



نتیجه:

روش ارائه شده، یکی از روش های دستی است که در مقایسه با سایر روش ها، دارای محاسبات جبری کمتر، دقت بالا و فرضیات قابل قبول است. این روش به راحتی روش سه لنگر را پشت سر می گذارد و در مقایسه با روش پخش لنگر وقت کمتری می گیرد.

منابع:

1. Structural Engineering, r.n.white, p.gergely 1976, john wiley&sons, New-York Combind edition
2. Solution of Problems in Structures Pitman Publishing London
w.t.marshall 1971
3. Iterative Solution of Large Structure, A.Behravesh, A.kaveh, Computer Structure. 1989